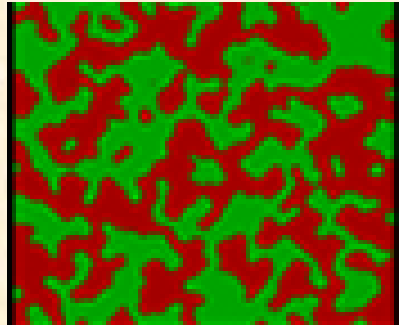




Függvényábrázolás I.

Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

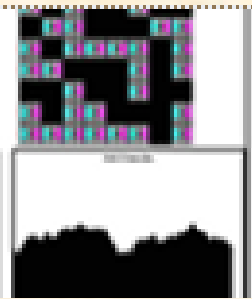


1. Elemi megoldás
2. Képernyőre transzformálás
3. Képernyőre transzformálás azonos nyújtási tényezővel



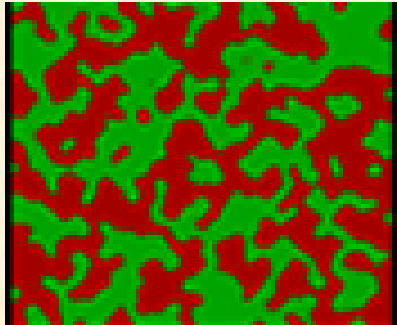
4. Képernyőre transzformálás azonos nyújtási tényezővel, origó helybenhagyása

5. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása a kép aljától



6. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása az X-tengelytől
7. A rajzolt pontok összekötése egyenessel

Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



1. Elemi megoldás

Jelölések:

S_x, S_y : a képernyő kiterjedése vízszintesen, függőlegesen

O_x, O_y : az $(x, y) = (0, 0)$ -hoz tartozó koordináta a képernyőn

$[A, B]$: a függvény értelmezési tartománya

L : ábrázolási lépésköz

N_x, N_y : x-, illetve y-irányú nyújtási tényező

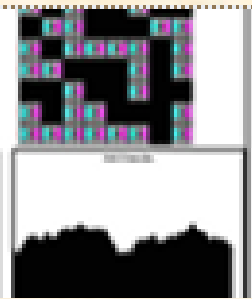
D_x, D_y : x-, illetve y-irányú tartomány

X_{max}, Y_{max} : maximális x- és y-érték

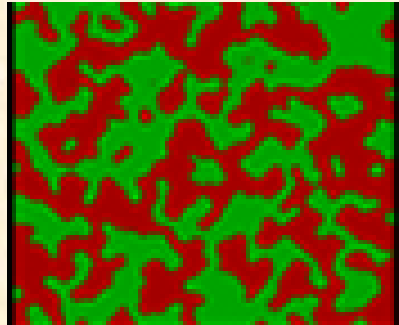
X_{min}, Y_{min} : minimális x- és y-érték

x, y : a függvény i. pontja: $(x(i), y(i) = f(x(i)))$

D_b : a rajzolandó pontok száma



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



Probléma: a képernyő koordinátarendszere nem felel meg a matematikában használt koordinátarendszernek.

Megoldás:

Pontrajzolás (x, y) :

Sor := Oy -kerekít (y)

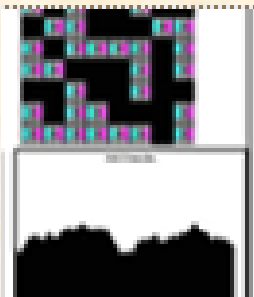
Oszlop := Ox +kerekít (x)

Ha $Sor \geq 0$ és $Sor \leq Sy$ és

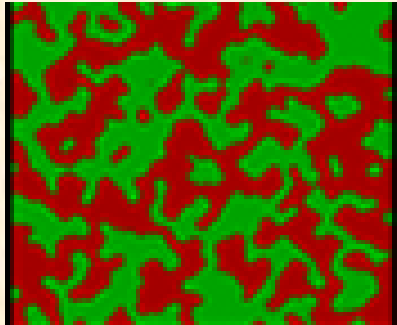
Oszlop ≥ 0 és Oszlop $\leq Sx$

akkor Pont $(Oszlop, Sor)$

Eljárás vége.



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



1. Elemi megoldás

Ahogy jön egymásután a pont, úgy rajzoljuk a képernyőre.

Rajzolás:

$$Ox := Sx/2 : Oy := Sy/2$$

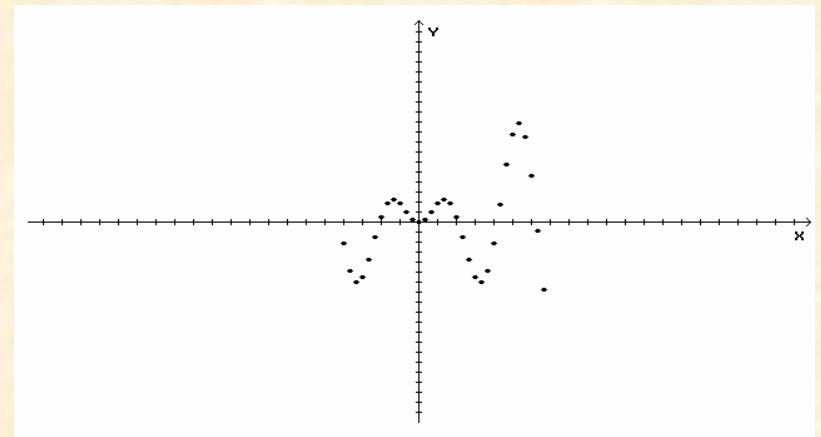
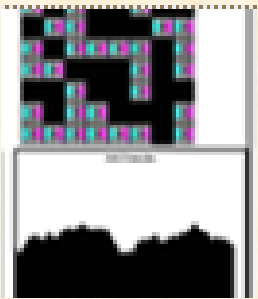
Koordinátatengelyek (Ox, Oy)

Ciklus $i=1$ -től Db -ig

Pontrajzolás ($x(i), y(i)$)

Ciklus vége

Eljárás vége.



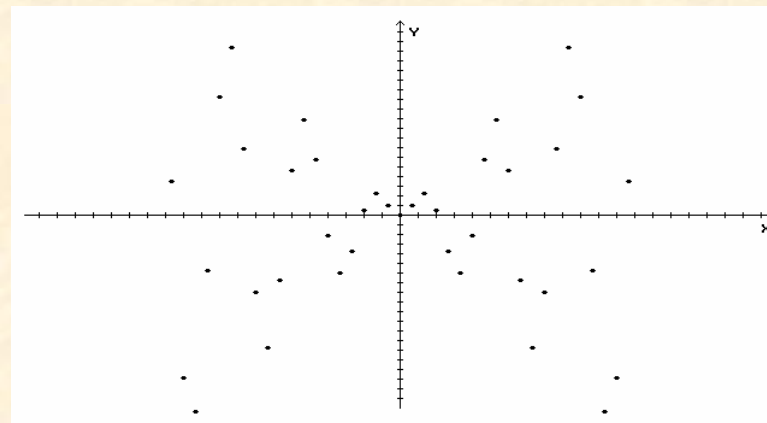
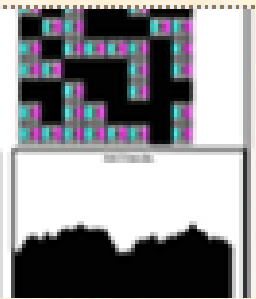
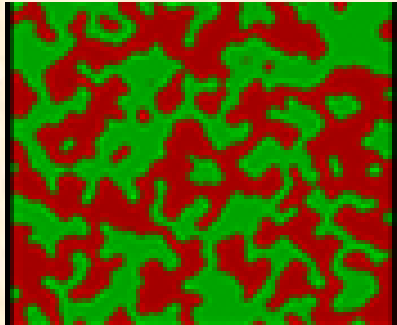
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



1. Elemi megoldás

Problémák:

- Az ábra nem fér rá a képernyőre
- Az ábra a képernyő nagyon kis részét használja ki.
- Egy gyors változású függvénynél pontonként rajzolva esetleg nem látszik a függvény menete.



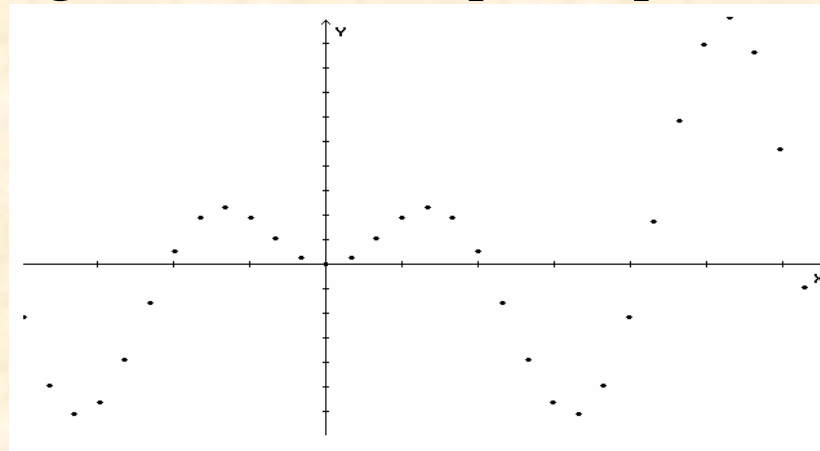
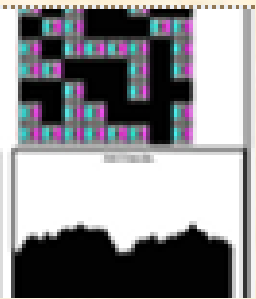
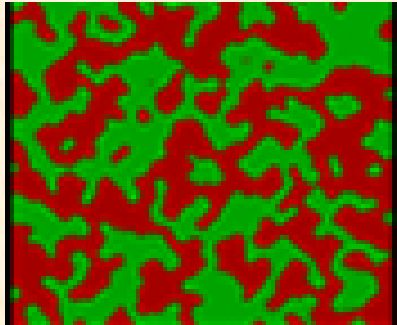
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



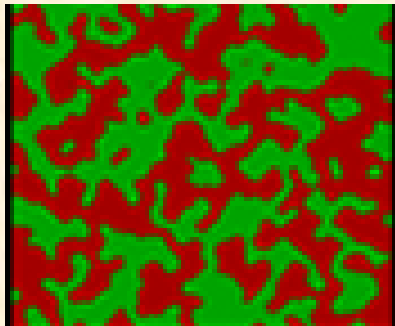
2. Képernyőre normálás

A cél a képernyő lehető legjobb kihasználása

- Transzformáljuk pontosan a képernyőre – a képernyőt a minimális x-koordinátájú ponttól a maximális x-koordinátájú pontig, illetve a minimális y-koordinátájú ponttól a maximális y-koordinátájú pontig használjuk!
- Az origó elmozdul a kép közepéről.



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



2. Képernyőre normálás

Rajzolás:

$\text{Maxmin}(X_{\text{max}}, X_{\text{min}}, Y_{\text{max}}, Y_{\text{min}})$

$N_x := S_x / (X_{\text{max}} - X_{\text{min}})$

$N_y := S_y / (Y_{\text{max}} - Y_{\text{min}})$

$O_x := (0 - X_{\text{min}}) * N_x; \quad O_y := S_y - (0 - Y_{\text{min}}) * N_y$

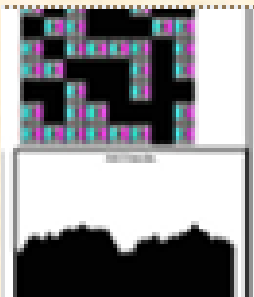
Koordinátatengelyek (O_x, O_y)

Ciklus $i=1$ -től D_b -ig

Pontraajzolás $(x(i) * N_x, y(i) * N_y)$

Ciklus vége

Eljárás vége.



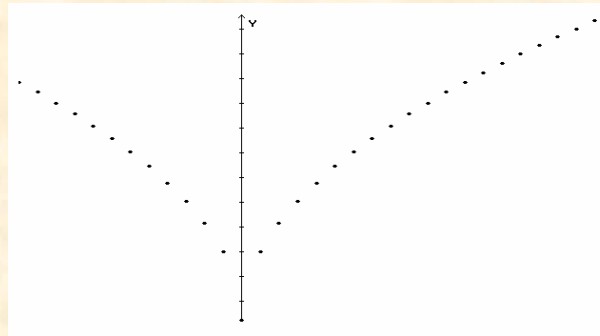
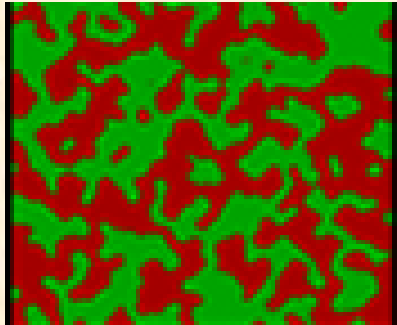
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



2. Képernyőre normálás

Problémák:

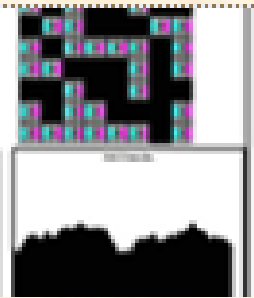
- Az origó elmozdul a kép közepéről.
- Lehetséges, hogy valamelyik tengely nem is látszik.



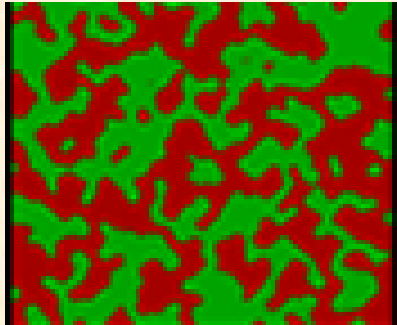
- A függvény képe torzulhat ($N_x \neq N_y$ esetén)

Előnyök:

- A kiszámolt pont mindig a képernyőn van.

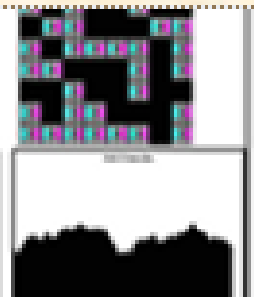
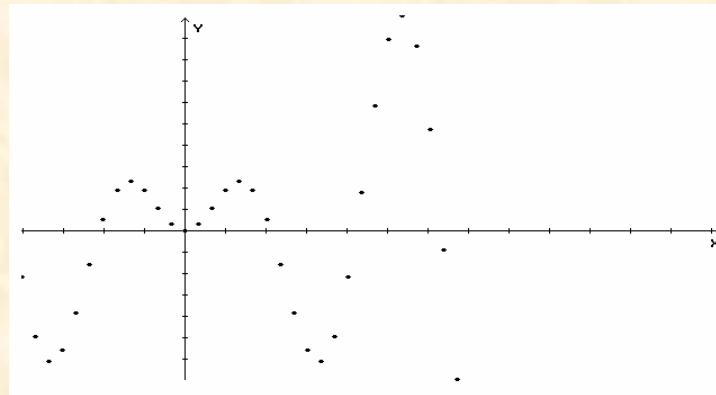


Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

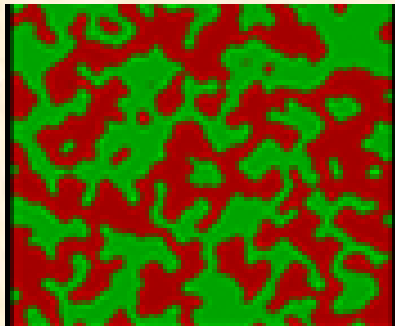


3. Képernyőre normálás azonos nagyítási tényezővel

- A két nagyítási tényezőből a kisebbet használjuk mindkét irányú nagyításra!
- Az ár a képernyő rosszabb kihasználása.



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



3. Képernyőre normálás azonos nagyítási tényezővel

Rajzolás:

$\text{Maxmin}(X_{\text{max}}, X_{\text{min}}, Y_{\text{max}}, Y_{\text{min}})$

$N_x := S_x / (X_{\text{max}} - X_{\text{min}})$

$N_y := S_y / (Y_{\text{max}} - Y_{\text{min}})$

Ha $N_y > N_x$ akkor $N_y := N_x$

különben $N_x := N_y$

$O_x := (0 - X_{\text{min}}) * N_x$; $O_y := S_y - (0 - Y_{\text{min}}) * N_y$

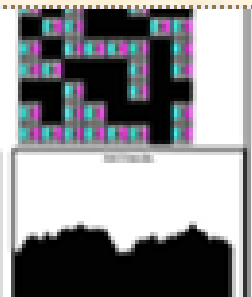
Koordinátatengelyek (O_x, O_y)

Ciklus $i=1$ -től D_b -ig

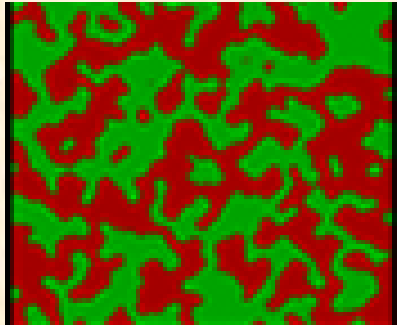
Pontrajzolás $(x(i) * N_x, y(i) * N_y)$

Ciklus vége

Eljárás vége.

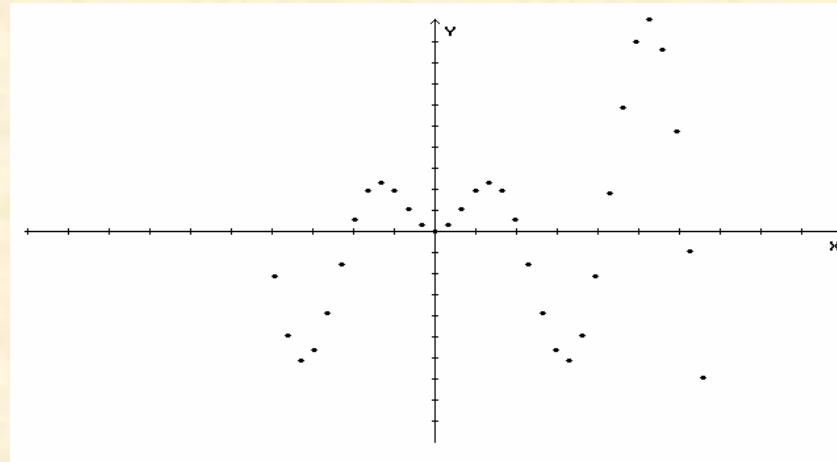
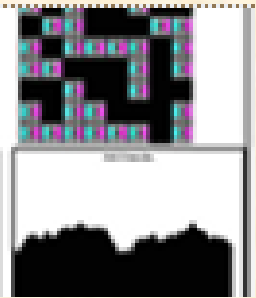


Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

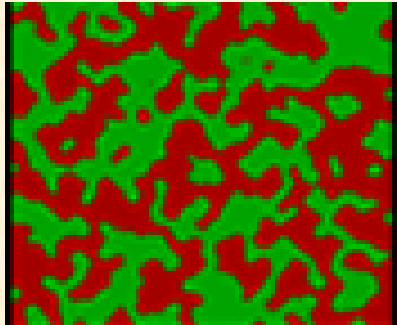


4. Képernyőre normálás az origó helybenhagyásával

- A függvény képét szimmetrikus tartományra egészítjük ki X_{max} , X_{min} , Y_{max} , Y_{min} célszerű megválasztásával.



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



4. Képernyőre normálás az origó helybenhagyásával

Rajzolás:

`Maxmin (Xmax, Xmin, Ymax, Ymin)`

Ha $|X_{max}| > |X_{min}|$ akkor $X_{min} := -X_{max}$

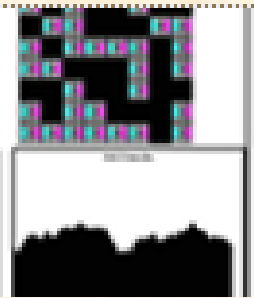
különben $X_{max} := -X_{min}$

Ha $|Y_{max}| > |Y_{min}|$ akkor $Y_{min} := -Y_{max}$

különben $Y_{max} := -Y_{min}$

...

Eljárás vége.

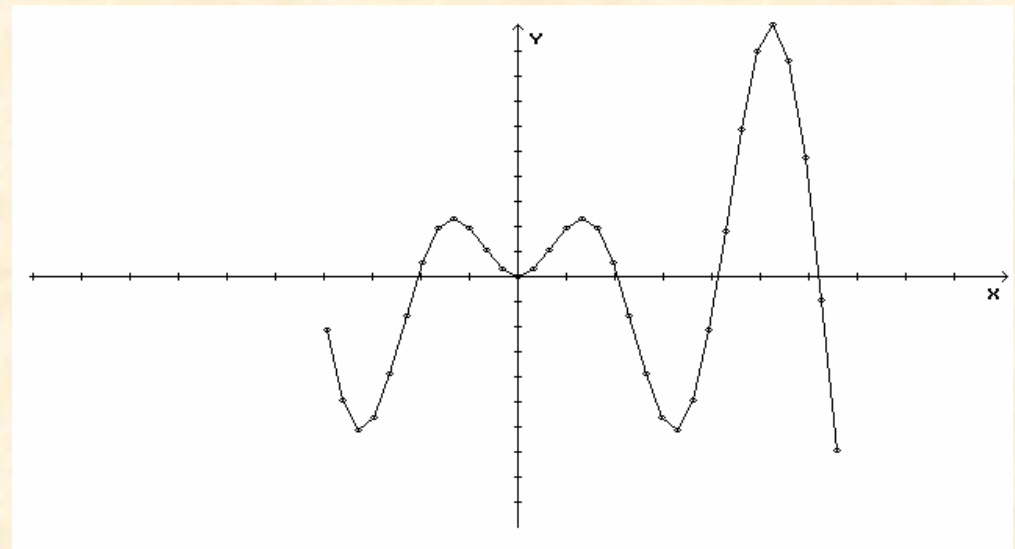
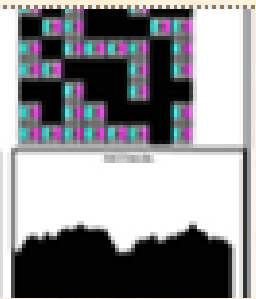
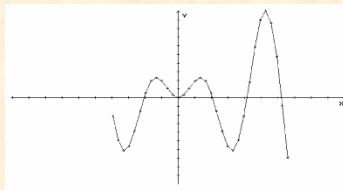
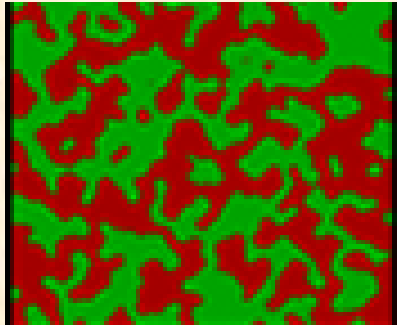


Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

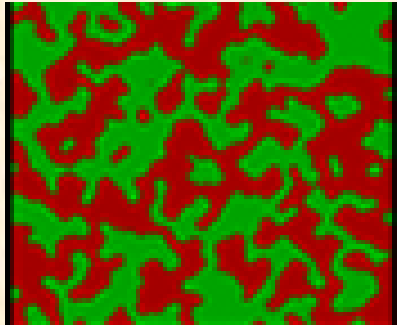


5. A pontok összekötése egyenessel

- Kössük össze a kapott pontokat egyenesekkel, hogy jobban lássuk a függvény menetét!



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



5. A pontok összekötése egyenessel

Rajzolás:

...

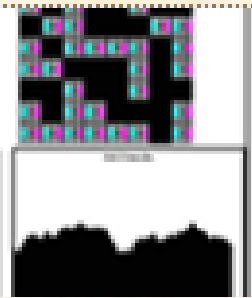
Pontraajzolás $(x(1) * Nx, y(1) * Ny)$

Ciklus $i=2$ -től Db -ig

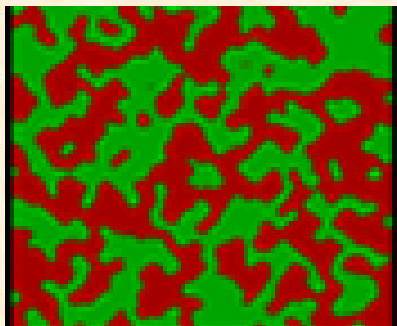
Szakaszrajzolás $(x(i) * Nx, y(i) * Ny)$

Ciklus vége

Eljárás vége.



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



5. A pontok összekötése egyenessel

Pontrajzolás (x, y) :

Sor := Oy-kerekítés (y)

Oszlop := Ox+kerekítés (x)

Pont (Oszlop, Sor)

Eoszlop := Oszlop; Esor := Sor

Eljárás vége.

Szakaszrajzolás (x, y) :

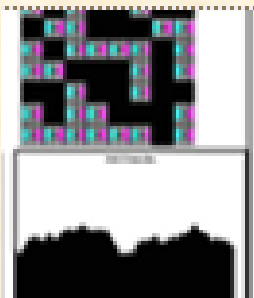
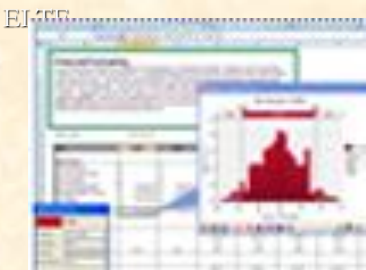
Sor := Oy-kerekítés (y)

Oszlop := Ox+kerekítés (x)

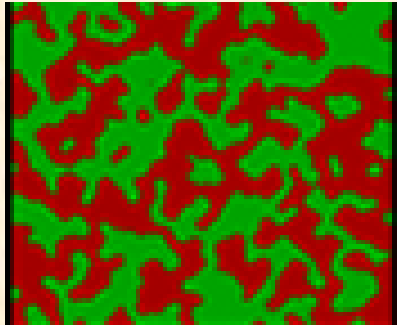
Szakasz (Oszlop, Sor, Eoszlop, Esor)

Eoszlop := Oszlop; Esor := Sor

Eljárás vége.

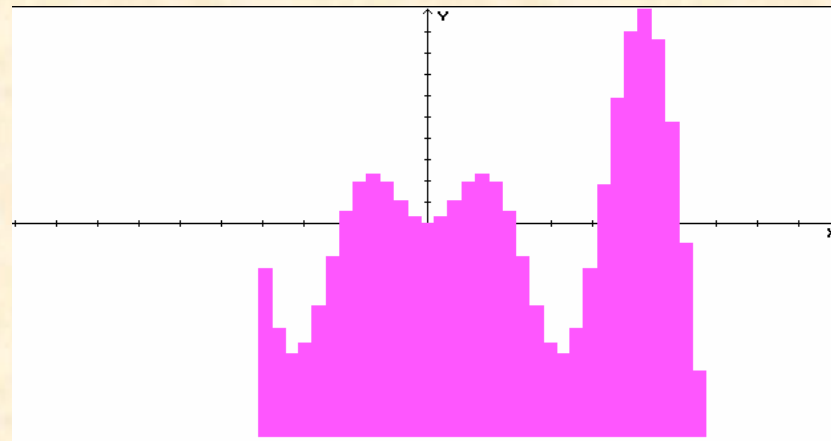
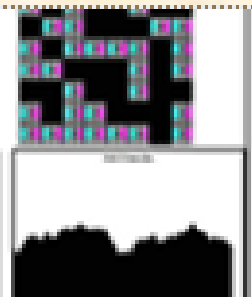


Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

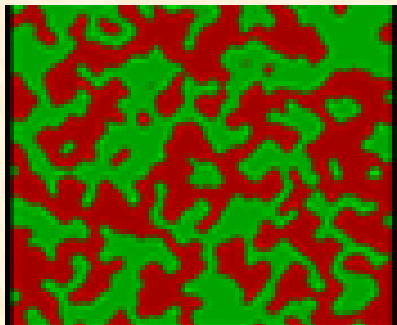


6. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása

- Rajzoljunk a kép aljától a függvényértéknek megfelelő magasságig egy téglalapot!



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



6. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása

Rajzolás:

...

Ciklus $i=1$ -től D_b -ig

Téglalaprajzolás ($x(i) * N_x, y(i) * N_y,$
 $L * N_x - 1, S_y$)

Ciklus vége

Eljárás vége.

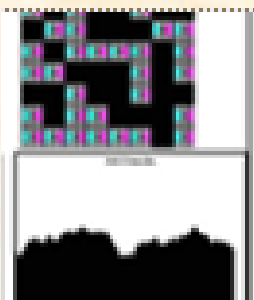
Téglalaprajzolás ($X, Y, Szél, Alja$):

Sor := O_y -kerekítés (y)

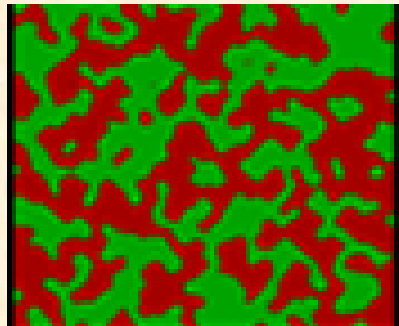
Oszlop := O_x +kerekítés (x)

Téglalap ($Oszlop - Szél / 2, Sor,$
 $Oszlop + Szél / 2, Alja$)

Eljárás vége.

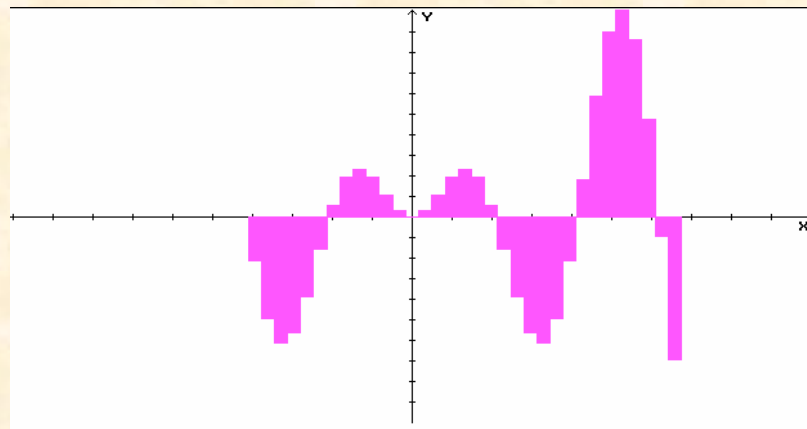
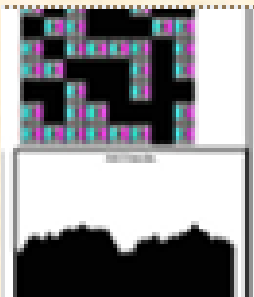


Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

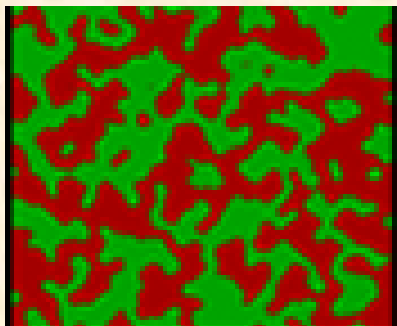


7. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása az x-tengelytől

- Rajzoljunk az x-tengelytől a függvényértéknek megfelelő magasságig egy téglalapot!



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



7. A pontoknak megfelelő magasságú téglalap rajzolása az x-tengelytől

Rajzolás:

...

Ciklus $i=1$ -től D_b -ig

Téglalaprajzolás ($x(i) * N_x, y(i) * N_y,$
 $L * N_x - 1$)

Ciklus vége

Eljárás vége.

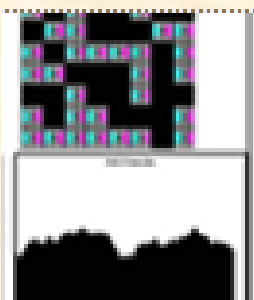
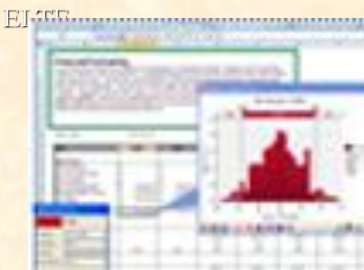
Téglalaprajzolás ($X, Y, Szél$):

Sor := O_y -kerekítés (y)

Oszlop := O_x +kerekítés (x)

Téglalap ($O_{szlop} - Szél/2, Sor,$
 $O_{szlop} + Szél/2, O_y$)

Eljárás vége.

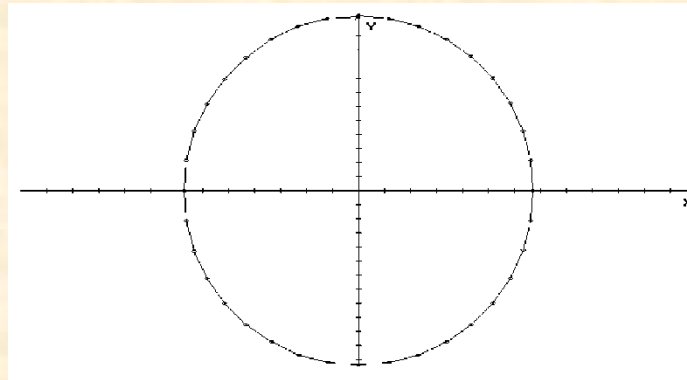
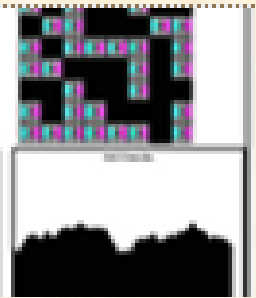
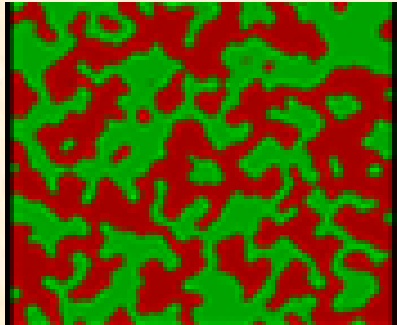


Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



Paraméteres görbék

- $f(x,y)=x^2+y^2-r^2=0 \rightarrow x(t)=r*\cos(t), y(t)=r*\sin(t)$
- Az x - és az y -értékeket is számoljuk t -ből!

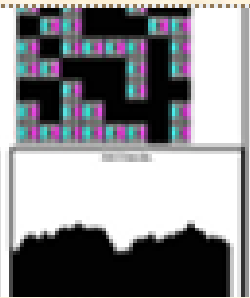
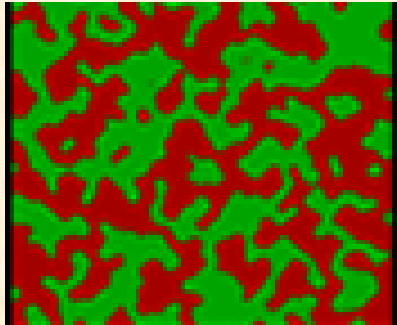


Függvényábrázolás – egyváltozós függvények

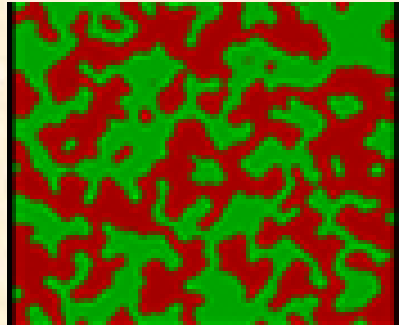


Közelítő görbe: $N+1$ ponthoz létezik N -fokú polinom, ami az összes ponton átmegy:

$$\sum_{j=0}^n y_j * \prod_{i \neq j} \frac{x - x_i}{x_j - x_i}$$



Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



A rajzolt pontok összekötése harmadfokú spline-nal:

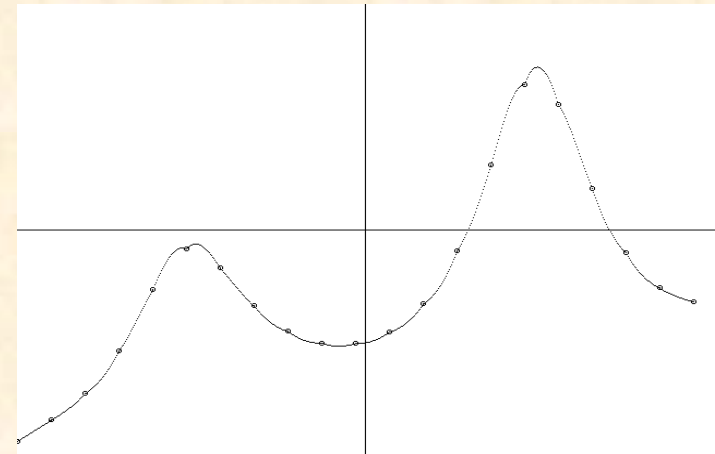
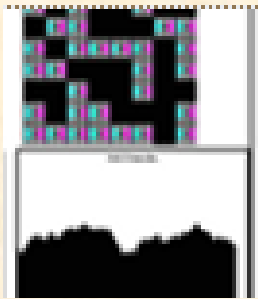
$$S_i(x) = \sum_{k=0}^3 a_{ik} x^k$$

ahol $S_i(x_{i-1}) = y_{i-1}$, $S_i(x_i) = y_i$ $i=1, \dots, N$

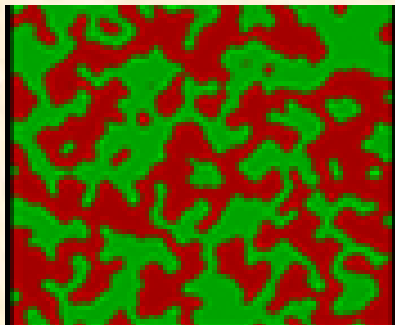
$$S'_i(x_i) = S'_{i+1}(x_i), \quad S''_i(x_i) = S''_{i+1}(x_i) \quad i=1, \dots, N-1$$

Kell még 2 egyenlet a $4 \cdot N$ ismeretlenhez:

$$S'_1(x_0) = s_1, \quad S'_n(x_n) = s_2$$



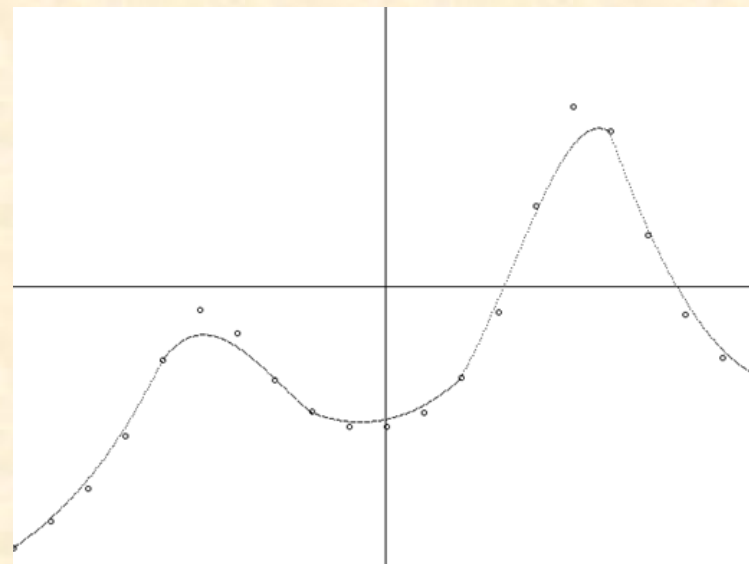
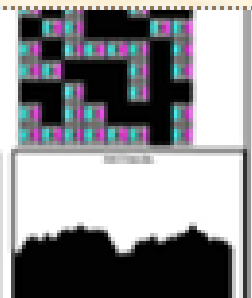
Függvényábrázolás – egyváltozós függvények



Bezier görbe ($0 \leq t \leq 1$):

$$B_x(t) = \sum_{i=0}^n x_i * B_{in}(t) \quad \text{és} \quad B_y(t) = \sum_{i=0}^n y_i * B_{in}(t)$$

ahol $B_{in}(t) = \binom{n}{i} * t^i * (1-t)^{n-i}$



A high-angle, wide shot of a modern building's courtyard. The building's facade is a vibrant red, composed of a grid of square panels. Many of these panels are replaced by windows of various sizes, some with white frames and others with white shutters. The courtyard floor is a light, neutral color, and the building's structure is visible at the top and bottom edges of the frame. A semi-transparent yellow rectangular box is centered in the image, containing the word "Vége" in a black, serif font.

Vége